**ЛЕКЦІЯ**

**Диз’юнктивні нормальні форми**

Для теоретичних досліджень та практичних застосувань часто буває корисним подати формулу булевої функції у вигляді деякої стандартної форми. Такими формами, зокрема, є диз’юнктивні нормальні форми (ДНФ).

Зафіксуємо множину змінних .

Логічний добуток будь-якої кількості різних змінних (символів), що входять із запереченням або без нього, називається елементарною кон’юнкцією.

*Приклад*

Елементарні кон’юнкції – , *xy.* Не є елементарними кон’юнкціями –; ; ; .

Елементарна кон’юнкція, яка включає всі змінні з множини *Х*, називається *конституентою одиниці*.

Різних конституент одиниці для фіксованої множини з *n* змінних буде стільки, скільки є двійкових наборів із *n* компонентами, тобто .

Якщо функцію подано формулою у вигляді диз’юнкції елементарних кон’юнкцій, то кажуть, що її подано диз’юнктивною нормальною формою (ДНФ).

Будь-яку булеву функцію можна представити у вигляді ДНФ, тому що ДНФ утворюється за допомогою системи операцій {∧,∨,¬}, яка є функціонально повною, проте ДНФ булевої функції не єдина.

***Алгоритм побудови ДНФ для формули булевої алгебри***

1. За допомогою законів де Моргана та подвійного заперечення формулу перетворюють у рівносильну, побудовану зі змінних та їх заперечень за допомогою символів  (заперечення можуть стояти лише над змінними).

2. Досягають того, щоб усі кон’юнкції виконувалися раніше диз’юнкції. Для цього розкривають дужки на основі першого дистри­бутивного закону.

3. На основі співвідношень для констант і закону протиріччя виключають нулі й на основі законів ідемпотентності об’єднують рівні члени.

*Досконалою диз’юнктивною нормальною формою* (ДДНФ)нази­ваєтьсяДНФ, у якої кожна елементарна кон’юнкція є конституентою одиниці.

***Теорема****. Довільна булева функція f*(*x*1, *x*2, *…*, *xn*) *≠* 0 *може бути єдиним способом зображена в ДДНФ.*

***Алгоритм побудови ДДНФ для функції, яка задана таблично***

1. Для кожного набору, на якому дана функція приймає значення 1, будують відповідну цьому набору конституенту одиниці.

2. Знаходять диз’юнкцію всіх цих конституент. Це і є ДДНФ зада­ної функції.

Довільну ДНФ можна звести до ДДНФ *розщепленням кон’юнкцій*, які містять не всі змінні. Якщо кон’юнкція *k* не містить змінної *хі* , то записують:

.

*Приклади*

**1.** Побудувати ДНФ для функції *f* =.

*Розв’язання*

Використавши алгоритм побудови ДНФ, матимемо:

*f* ==.

*Відповідь:* .

**2.** Побудувати ДНФ для функції *f*,яказадана таблицею 1.

*Таблиця 1*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | *f=* |  |
| 0 | 0 | 1 |  |
| 0 | 1 | 0 |  |
| 1 | 0 | 0 |  |
| 1 | 1 | 1 |  |

*Розв’язання*

Функція *f* приймає значення 1 на наборах 00 та 11. Тому відпо­відні цим наборам конституенти одиниці –  та **. Диз’юнкція цих конституент і є ДДНФ заданої функції *f =*  *х*1*х*2.

*Відповідь:* *f*= .

**3.** Перетворити диз’юнктивну нормальну форму  у доско­налу диз’юнктивну нормальну форму.

*Розв’язання*

Перший диз’юнктивний член не містить змінної *у*. Використо­вуючи розщеплення кон’юнкції, можна записати:

=

*Відповідь:* 